AJSP
المجلة العربية للنشر العلمي
العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

"مقارنة طرق تقدير معلمات توزيع Weibull باستخدام محاكاة مونت كارلو"

Fakhereldeen Elhaj Esmial Musa[1] **Mohammed Elamin Hassan**[2]

[1] Sudan -Al-Neelain University Faculty of Mathematical Sciences and Statistics, Department of Statistics- Email : fakhryalhaj@gmail.com.

[2] Sudan Academy for Banking and Financial Sciences, Department of Economics and Applied statistics- Email: aminhassan1976@ gmail.com.

العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

المستخلص:

تهدف هذه الدراســـة الي مقارنه أربعه طرق تقدير لتقدير معالم توزيع ويبل ذو المعلمتين بطريقه الامكان الاعظم وطريقه العزوم وطريقه المربعات الصـــغري وطريقه بيز. أجريت المقارنة بين المقدرات الأربعة للمعالم باســتخدام اســلوب المحاكاة، كما تم اختيار متوسط مربعات الخطأ ومعيار الانحراف الكلي كأساس للمقارنة ، وتم اجراء المحاكاة عند احجام عينات مختلفة (10,50,100). أظهرت النتائج بان طريقه تقدير بيز كانت هي الأفضـــل واكثر كفاءةً لأنها حققت اقل متوسط مربع خطأ واقل معيار انحراف كلي عندما يكون حجم العينه كبير بينما يفضل إستخدام طريقه تقدير العزوم عندما يكون حجم العينة صــغير. توصـــي الدراســة باســتخدام كل من متوســط مربعات الخطأ و معيار الانحراف الكلي كمعيار اســاســـي للمقارنه بين طرق التقدير وإعتماد طريقه تقدير بيز في حالة يكون حجم العينة كبير وطريقه تقدير العزوم عندما يكون حجم العينه صغير.

1. المقدمة:

تلعب العديد من النماذج الرياضية دوراً مهما في حياتنا اليومية بل تدخل في الكثير من جوانبها. توزيع ويبل يعتبر أحد التوزيعات المستمرة ويأخذ الأهمية القصوى في الدارسات العلمية التي تعتمد علي تحديد فترة البقاء في التطبيقات الموثوقية وأن معالم التوزيع سواء كانت معلمتين أو أكثر تشير الي أن المتغير ويبل له مجال أن معلمة القياس اكبر من الصفر ومعلمة الشكل يجب أن تكون أكبر من الصفر وهكذا لبقية المعالم. تعد مسألة تقدير المعالم المجهولة للتوزيعات الاحتمالية من المسائل المهمة التي حظيت باهتمام الباحثين والمهتمين بالاحصاء الرياضي نظراً الي تطور طرق التقدير وتباينها، الأمر الذي يدعو الي دقة التقدير وإيجاد أفضل تقدير لهذه المعالم، حيث تم البحث علي تقدير معالم توزيع ويبل بطريقه الامكان الاعظم ، طريقه العزوم ، طريقه المربعات الصغرى الاعتياديه وطريقه بيز(Schervish and Mark,1995).

تم استعراض توزيع ويبل بشيء من التفصيل لتركز الدراسة علي الكثير من الجوانب الرياضية التي يتميز بها هذا التوزيع ولتحقيق هدف الدراسة والمتمثل في مقارنه نتائج طرق التقدير تم إستخدام أسلوب محاكاة مونت كارلو لتوليد العينات

العشوائية اللازمة لذلك (Mittal, *etal* 2017) . يعتبر توزيع ويبل أحد التوزيعات المستمرة وأحد النماذج الشائعة والملائمة في دارسات الموثوقية وأزمنة البقاء ووقت الفشل أو طول حياة المركبة ضمن إنتاج معين وقد أشتق توزيع ويبل من قبل تيث وفيشر(1928) كتوزيع تقريبي للقيم المتطرفة. توصل العالم ويبل لهذا التوزيع في تحليل قوة المواد وتم استخدامه من قبل الباحث والدي ويبل في العرض التجريبي لمشاهدة التغير في تمدد الحديد وفي التغير في فتره الخدمة التي يقضيها موظفو الاذاعة وشاع إستخدام توزيع ويبل ذو المعلمتين والمتعدد المعالم في مجال الموثوقية وتجارب اختبار البقاء بحيث شملت تطبيقاته توزيع فتره البقاء ومختلف حالات الفشل بالإضافة الي بناء النماذج في الموثوقية ، ونجد أن توزيع ويبل له تطبيقات كثيره في الحياه العملية كاستعماله في تحليلات عديده متعلقة بعلوم واصدارات الصحة وكذلك في تصميم تجارب المواد المحدثة للسرطان ولدارسه معدل الانحدار النسبي وأدوية مرضي لوكيميا الدم وأيضاً في قياس سرعه الرياح. لتوزيع ويبل معدل فشل متزايد عندما تكون معلمه الشكل أكبر من الواحد الصحيح ولها معدل فشل متناقص عندما تكون معلمة الشكل أقل من الواحد الصحيح ، ولذلك يعتبر كتوزيع حدي لأجل القيمة الصغرى لعدد كبير من المتغيرات العشوائية المستقلة وتوجد العديد من الدراسات والبحوث أهمها:

- دراسة سيف الدين هاشم قمر وحسام نجم عبود (2016): تم تطبيق أسلوب المحاكاة للمقارنة بين تقدير معلمات دالة توزيع ويبل بإستخدام طريقتى الامكان الاعظم وبيز وتوصلت الدراسة الي أن طريقة بيز هي الافضل في التقدير.
- دراسة مطانيوس مخول وعدنان غانم (2011): تناولت الدراسة فعالية إستخدام توزيع ويبل الاحتمالي في التنبؤ والذي يستخدم في دراسة الموثوقية والرقابة علي الجودة والتنبؤ وتم تطبيقه علي بيانات درجات الحرارة الفعلية العظمي والامطار لمدينه دمشق خلال الفترة (2007 – 1988). توصلت الدراسة الي كيفيه تحويل توزيع ويبل الاحتمالي من الانحدار الخطي وكيفيه تقدير معالمه وامكانيه استخدام توزيع ويبل الاحتمالي المعمم في ايجاد الاحتمال المتوقع لدرجات الحرارة العظمي ومحاوله تطوير اساليب التقدير وتقانة التحليل الاحصائي.
- دراسة ضويه سليمان حسين وآخرون (2008): تطرقت الدراسة الي إستخدام المقدر المقلص في تقدير معلمه الشكل لتوزيع ويبل .

- ام السعد محمد (2005): تطرقت الدراسة الي بعض طرق التقدير بالنقطة(الامكان الاعظم والعزوم) وذلك لتقدير معلمة الشكل لتوزيع لوماكس وكذلك تم إجراء مقارنة بين هذين التقديرين بإستخدام متوسط مربعات الخطأ كمعيار للمفاضلة. توصلت الدراسة أن تقديرات طريقة الامكان الاعظم ذات صفات جيده مقارنة بطريقه العزوم وذلك من خلال زياده حجم العينة .
- دراسة علي عبد الحسين الوكيل (2004): تناولت ملاحظات علي توزيع ويبل وتم التطرق الي علاقة توزيعات ويبل مع التوزيعات الأخرى مثل التوزيع الاسي وكاي وقاما وتوزيع كامبل (القيم المتطرفة) وقدتم الأخذ بعين الاعتبار أهميه هذا التوزيع وتطبيقاته في مجال الموثوقية.

2. مشكلة الدراسة:

على الرغم من إسهامات العلماء في مجالات الاحصاء في المسائل المتعلقة بتقدير المعالم المجهولة والتي حظيت باهتمام الباحثين المهتمين بالاحصاء الرياضي، تأتي صعوبة تحديد أفضل الطرق والأساليب المستخدمة في تقدير المعالم المجهولة لتوزيع ويبل الاحتمالي بغرض تحقيق التقدير الأمثل عند أحجام عينات مختلفة.

3. هدف الدراسة:

تهدف الدراسة الي الوصول لأفضل مقدر من بين مقدرات معالم توزيع ويبل ذو المعلمتين وهي مقدرات الامكان الاعظم والعزوم والمربعات الصغري وبيز، وذلك بإستخدام كل من متوسط مربعات الخطأ ومعيار الانحراف الكلي كمعيار أساسي للمقارنة ويتم ذلك من خلال تجارب محاكاة مونت كارلو.

4.أهمية الدراسة:

تكمن أهمية هذه الدراسة في تسليط الضوء علي توزيع ويبل واستخداماته وكيفيه تقدير معالمه وتوفير طرق للمقارنه بين طرق التقدير المختلفه لمعالم التوزيع مثل متوسط مربعات الخطأ ومعيار الانحراف الكلى وإبراز دور محاكاه مونت كارلو في دراسة سلوك مقدرات توزيع ويبل.

AJSP
المجلة العربية للنشر العلمي
العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

5. منهجيه الدراسة:

اعتمدت الدراسة علي المنهج التحليلي الوصفي ومنهجية محاكاة مونت كارلو. وتم تقدير معالم توزيع ويبل ذو المعلمتين باستخدام طرق التقدير الآتية: الامكان الأعظم والعزوم و المربعات الصغرى و بيز وذلك باستخدام لغة الماتلاب (Matlab).

6. تقدير معالم توزيع ويبل

1.6: طريقه الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Estimation(M.L.E))

تعد طريقه الامكان الأعظم من الطرق المهمة والشائعة الاستخدام لأنها تحتوي علي خصائص التقدير الجيد والذي يجعل داله الامكان في نهايتها العظمي اكثر توضيحاً . إن مفهوم تقدير دالة الامكان الاعظم يقوم علي عينه عشوائيه بحجم (n) لمجموعه من البيانات $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ من توزيع ويبل، وبإدخال اللوغريثم لدالة الامكان للدالة الاحتمالية لتوزيع ويبل وبإجراء عملية التفاضل بالنسبة للمعلمة α نتحصل على تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ (Schervish and Mark,1995):

$$L(\beta, \alpha/x) = \log\left[\left(\frac{\beta}{\alpha^{\beta}}\right)^{n} \prod_{i=1}^{n} x_i^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{\sum x_i}{\alpha}\right)^{\beta}\right]\right]$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}}$$

(1)

وتستخدم طريقه نيوتن رافسون لإيجاد $\hat{\beta}$ كما يلى:

$$\frac{1}{\beta} + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln x_i - \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[x_i^{\beta} \ln x_i\right]}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\beta}} = 0$$

(2)

2.6: طريقه العزوم (Moments)

في هذه الطريقة يتم إيجاد عزوم التوزيع الاحتمالي ومن ثم مساواته بعزوم العينة المناظرة لها (Schervish and Mark,1995). ان المجتمع الاحصائي يحتوي علي معلمتين، فان العزم الاول للمجتمع يساوي متوسط العينه:

AJSP
المجلة العربية للنشر العلمي
العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

$$\bar{x} = \alpha\Gamma(1 + 1/\hat{\beta})$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\bar{x}}{\Gamma(1+1/\hat{\beta})} \quad (3)$$

ولإيجاد العزم الثاني يستخدم معادلة معامل الاختلاف (CV) وبتعويض الوسط الحسابي $(\overline{X})$ والانحراف المعياري (S) نتحصل على:

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} * 100$$

$$S^2 * \Gamma^2(1 + 1/\beta) - [\Gamma(1 + 2/\beta) - \Gamma^2(1 + 1/\beta)] * X^2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots$$

(4)

ولإيجاد قيم $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ نستخدم طرق تكراريه (نقطه التنصيف).

3.6: طريقه المربعات الصغري الاعتياديه ((Ordinary Least Square(OLS)):

تهدف هذه الطريقة الي تصغير مجموع المساحات الرأسية التربيعية بين الاستجابات التي تمت ملاحظتها في مجموعه البيانات والاستجابات التي يتوقع حدوثها من التقريب الخطي (Schervish and Mark,1995) بحيث يمكن اشتقاق نموذج انحداري من توزيع ويبل كالاتي:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right]$$

$$\ln t = \ln \alpha + \frac{1}{\beta}\ln\left[-\ln\left((1 - \hat{Ft})\right)\right]$$

تم إستخدام اللوغريثم الطبيعي خلال الاشتقاق وذلك لأنه لا يؤثر في معادله الانحدار وبإجراء المقارنة مع معادله نموذج الانحدار الخطي البسيط $(Y=B_0 + B_1 X)$ نحصل علي :

$$Y = \ln t$$

$$\beta_0 = Ln\alpha \quad , \quad \beta_1 = \frac{1}{\beta}$$

$$X = \ln\left[-\ln\left((1 - \hat{Ft})\right)\right]$$

AJSP
المجلة العربية للنشر العلمي
العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

وللحصول على تقدير معالم توزيع ويبل يتم أولاً الحصول على مقدرات المربعات الصغرى العادية $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ من معادلة الانحدار الخطى البسيط $(Y_i = B_0 + B_1 X + U_i)$ وهى :

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1 \bar{X}$$

$$\hat{B}_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum {x_i}^2 - (\sum x_i)^2}$$

وبما ان : $\beta_0 = Ln\alpha$ ، $\beta_1 = \frac{1}{\beta}$ ، إذا:

$$\hat{\alpha} = exp\left[\bar{y} - \frac{\bar{x}}{\hat{B}_1}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$\hat{\beta} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - (\sum x_i)^2}{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

4.6 : طريقه بيز (Bayes)

تقوم فكره تقدير بيز على أن هناك معلومات سابقه حول المعلمة المراد تقديرها بحيث يتم دمجها مع معلومات العينة الحالية والمتمثلة بداله الامكان للحصول علي التوزيع اللاحق ، وبعد إيجاد التوزيع اللاحق يتم تحديد داله الخسارة والتي تكون علي أنواع مختلفة ومن ثم يتم الحصول علي مقدر بيز وذلك بتصغير داله الخسارة المتوقعة طبقاً للتوزيع الشرطي للمعلمة نسبة للتوزيع (Schervish and Mark,1995). إعتماداً علي قاعده جيفري وبافتراض ان التوزيع الاولي للمعلمتين (β, α) هو $g(\alpha)$ و $h(\beta)$ حيث أن:

$$g(\alpha) \propto \left(\frac{1}{\beta}\right)^c \quad , \quad c > 0 \quad , \quad 0 < \alpha < \infty$$

$$h(\beta) \propto \left(\frac{1}{a}\right) \quad , \quad 0 < \beta < a$$

وباستخدام التوزيعات الاولية أعلاه والتوزيع المشاهد الذي هو توزيع ويبل يمكن الحصول علي التوزيع اللاحق لكل من(β, α):

$$f(\beta, \alpha/t) = \frac{K\beta^n}{\alpha^{n+c}} \left[\prod_{i=1}^{n} t_i\right]^{\beta-1} exp\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^{\beta}}{\alpha}\right]$$

حيث أن :

AJSP
المجلة العربية للنشر العلمي
العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

$$K^{-1} = \int_0^a \int_0^\infty f(\alpha, \beta/t)\, d\alpha\, d\beta$$

$$K^{-1} = \Gamma(n+c-1) \int_0^a \frac{\beta^n [\sum_{i=1}^n t_i]^{\beta-1}}{\left[\sum_{i=1}^n {t_i}^\beta\right]^{n+c-1}}$$

وبأخذ التكامل للمعادلة بالنسبة الي α نحصل علي التوزيع اللاحق للمعلمه β :

$$f(\beta/t) = \frac{\frac{\beta^n [\prod_{i=1}^n t_i]^{\beta-1}}{\left[\sum_{i=1}^n {t_i}^\beta\right]^{n+c-1}}}{\int_0^a \frac{\beta^n [\prod_{i=1}^n t_i]^{\beta-1}}{\left[\sum_{i=1}^n {t_i}^\beta\right]^{n+c-1}} d\beta}$$

وبنفس الطريقه نحصل علي التوزيع اللاحق للمعلمه $\boldsymbol{\alpha}$

$$f(\alpha/t) = \frac{\frac{1}{\alpha^{n+c}} \int_0^a \beta^n [\prod_{i=1}^n t_i]^{\beta-1} exp\left[-\sum_{i=1}^n {t_i}^\beta/\alpha\right] d\beta}{\Gamma(n+c-1) \int_0^a \frac{\beta^n [\prod_{i=1}^n t_i]^{\beta-1}}{\left[\sum_{i=1}^n {t_i}^\beta\right]^{n+c-1}} d\beta}$$

ومن المعادلتين وعلي فرض ان دالة المخاطرة تأخذ شكل مربع الخطأ نحصل علي تقدير بيز للمعلمتين $\boldsymbol{\alpha}$ و β كالاتي:

$$\hat{\beta} = \frac{\int_0^a \beta^{n+1} [\prod_{i=1}^n t_i]^{\beta-1} / \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta\right]^{n+c-1} d\beta}{\int_0^a \beta^n [\prod_{i=1}^n t_i]^{\beta-1} / \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta\right]^{n+c-1} d\beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n+c-2} \frac{\int_0^a \beta^n [\prod_{i=1}^n t_i]^{\beta-1} / \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta\right]^{n+c-2} d\beta}{\int_0^a \beta^n [\prod_{i=1}^n t_i]^{\beta-1} / \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta\right]^{n+c-1} d\beta}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^\beta}{n-1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

AJSP
المجلة العربية للنشر العلمي
العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

7. توليد الارقام العشوائية لتوزيع ويبل:

يعرف الرقم العشوائي (***R***) بأنه الرقم الذي يكون إحتمال وقوعه مساو لإحتمال وقوع اي رقم عشوائي آخر من مجموعه أرقام عشوائية، بحيث تتبع الارقام العشوائية التوزيع المنتظم القياسي (1,0). (Mittal, *etal* 2017). ولتوليد الارقام العشوائية لهذا التوزيع نوجد الدالة التراكمية F(X) وبإجراء بعض العمليات نتحصل على الارقام العشوائية (t_i):

$$F(X) = \frac{\beta}{\alpha^{\beta}} \int_0^t x^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}} dx$$

$$t_i = -\alpha(\ln(1 - R_i))^{\frac{1}{\beta}} \quad \ldots\ldots\ldots$$

(9)

8. تجارب محاكاة مونت كارلو:

تم إستخدام أربعة طرق للتقدير وهي طريقه الامكان الاعظم، العزوم، المربعات الصغرى وطريقة بيز ولكل طريقة من هذه الطرق الأربعة تم تصميم تجربه باستخدام محاكاه مونت كارلو وتم حساب متوسط مربعات الخطأ ومعيار الانحراف الكلى لمعالم توزيع ويبل (α, β) لكل طرق التقدير وذلك بإتباع الخطوات التالية:

1. توليد مجتمع يتبع توزيع ويبل ذو حجم M بمعالم معروفه (α, β) حيث α, β ثوابت.
2. سحب عينات ذات أحجام مختلفة (كبيرة ، متوسطة وصغيرة) وتم ترميزها علي التوالي n_3 و n_2 و n_1.
3. حساب قيمة كل من $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ لكل طرق التقدير كما بالمعادلات من (1) الى (8).
4. حساب قيمة البواقي لكل من α و β.

$$R\alpha_i = \hat{\alpha}_i - \alpha$$

$$R\beta_i = \hat{\beta}_i - \beta$$

5. تكرار الخطوات من 4 – 2 عدد K من المرات نحصل علي متجهات لكل من $R\alpha_i$ و $R\beta_i$ بحيث أي متجه يحتوي علي K قيمة.

6. نحسب MSE .

$$MSE\alpha_i = \frac{\sum_i^n R\alpha_i{}^2}{n_i}$$

$$MSE\beta_i = \frac{\sum_i^n R\beta_i{}^2}{n_i}$$

7. نكرر الخطوات من 2 الى 6 عدد Q مرة لنحصل علي ثلاثة متجهات لكل من $MSE\alpha_i$ و $MSE\beta_i$

8. نحسب $MSSE$.

$$MSSE\,\alpha = \frac{\sum_i^n MSE\alpha_i}{Q}$$

$$MSSE\,\beta = \frac{\sum_i^n MSE\beta_i}{Q}$$

9. حساب التباين لمتوسط مربعات الخطأ ، MSE

$$V(MSSE\,\alpha) = \frac{\sum(MSE\alpha_i - MSSE\,\alpha)^2}{Q-1}$$

$$V(MSSE\,\beta) = \frac{\sum(MSE\beta_i - MSSE\,\beta)^2}{Q-1}$$

حساب معيار الانحراف الكلي

$$TD = \left|\frac{\hat{\beta}_1 - \beta}{\beta}\right| + \left|\frac{\hat{\alpha}_1 - \alpha}{\alpha}\right|$$

9. محاكاة مونت كارلو:

تم مقارنه طريقه الامكان الاكبر، العزوم ، المربعات الصغرى وبيز في تقدير معالم توزيع ويبل (α, β) باستخدام محاكاه مونت كارلو، حيث تم توليد مجتمع من توزيع ويبل بحجم 1000 مفردة بمعالم $\alpha = 2$ و $\beta = 5$ بناءاً على دراسات سابقة. وتم سحب عينات عشوائية بأحجام مختلفة $(n_1 = 10, n_2 = 50, n_3 = 100)$ وتم تكرارها K=100 مره ولغرض الاستقرار تم تكرار هذه العملية Q=10. تم حساب البواقي لكل من α و β عن طريق طرح القيمة المقدرة من القيمة الفعلية

AJSP
المجلة العربية للنشر العلمي
العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

لكل طرق التقدير الأربعة وتم إعتماد متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومعيار الانحراف الكلى (TD) كمعاير للمفاضلة بين الطرق الأربعة وقد تم تلخيص النتائج كما بالجدول التالي:

جدول (1): يوضح تقدير قيم α و β عند أحجام عينات مختلفة

حجم العينة	طرق التقدير	α			β			TD
		$\hat{\alpha}$	MSE	$V(MSE)$	$\hat{\beta}$	MSE	$V(MSE)$	
10	الامكان الاعظم	1.891	0.011	0.0043	4.671	0.021	0.002	0.1203
	العزوم	1.898	0.0121	0.0021	4.77	0.022	0.002	0.097
	المربعات الصغرى	1.899	0.017	0.004	4.677	0.021	0.0021	0.1151
	بيز	1.899	0.011	0.0003	4.688	0.019	0.002	0.1129
50	الامكان الاعظم	1.896	0.09911	0.0033	4.871	0.0091	0.0007	0.0778
	العزوم	1.899	0.09892	0.00121	4.97	0.0052	0.0008	0.0565
	المربعات الصغرى	1.900	0.00981	0.0014	4.877	0.0071	0.0008	0.0745
	بيز	1.9006	0.00911	0.00013	4.988	0.0018	0.0002	0.0521
100	الامكان الاعظم	2.013	0.098	0.0004	4.761	0.0081	0.00008	0.0543
	العزوم	1.902	0.09721	0.00041	4.79	0.0072	0.00006	0.091
	المربعات الصغرى	1.941	0.00981	0.0004	4.877	0.0061	0.00008	0.0541
	بيز	1.966	0.0091	0.00000	4.98	0.00089	0.00005	0.021

المصدر: نتائج محاكاة مونت كارلو بإستخدام برنامج الماتلاب

من الجدول (1) أعلاه والذى يوضح نتائج المحاكاة لتقدير معالم توزيع ويبل بإستخدام طرق التقدير الاربعة عند أحجام عينات مختلفة، نلاحظ ما يلى:

- عندما يكون حجم العينة صغير $(n_1 = 10)$ ، تلاحظ عند تقدير المعلمة α أن أقل قيمة لتباين متوسط مربع الخطأ 0.0003 باستخدام طريقة بيز وأكبر قيمة 0.0043 بإستخدام طريقة الامكان الاعظم ، وتتساوى قيمة تباين متوسط مربع حتى الثلاثة خانات العشرية الأول لكل طرق التقدير عند تقدير المعلمة β. بينما نجد أن أقل قيمة لمعيار الانحراف الكلى تساوى 0.097 باستخدام طريقة العزوم وأكبر قيمة له 0.1203 عند إستخدام طريقة الامكان الأعظم.

- عندما يكون حجم العينة متوسط ($n_2 = 50$) نلاحظ عند تقدير المعلمة α أن أقل قيمة لتباين متوسط مربع الخطأ 0.00013 باستخدام طريقة بيز وأكبر قيمة 0.0033 بإستخدام طريقة الامكان الاعظم ، وعند تقدير المعلمة β نلاحظ أن أقل قيمة لتباين متوسط مربع الخطأ 0.0002 باستخدام طريقة بيز وأكبر قيمة 0.0008 بإستخدام طريقتى العزوم والمربعات الصغرى. بينما نجد أن أقل قيمة لمعيار الانحراف الكلى تساوى 0.0521 باستخدام طريقة بيز وأكبر قيمة له 0.0778 عند إستخدام طريقة الامكان الأعظم.
- عندما يكون حجم العينة كبير ($n_3 = 100$) نجد أن أقل قيمة لتباين متوسط مربع الخطأ عند تقدير المعلمة α 0.000001 باستخدام طريقة بيز وأكبر قيمة 0.0004 بإستخدام طريقة الامكان الاعظم ، وأن أقل قيمة لتباين متوسط مربع الخطأ عند تقدير المعلمة β هي 0.00005 باستخدام طريقة بيز وأكبر قيمة 0.00008 بإستخدام طريقتى الامكان الأعظم والمربعات الصغرى، بينما نجد أن أقل قيمة لمعيار الانحراف الكلى تساوى 0.021 باستخدام طريقة بيز وأكبر قيمة له 0.091 عند إستخدام طريقة العزوم.

10.الخلاصة:

من خلال مناقشة النتائج توصلت للدراسة للآتى:

1. أن قيم المقدرات α و β تقترب بدرجة عالية من القيم الفعلية لمعالم توزيع ويبل عند زيادة حجم العينة بالنسبة لكل طرق التقدير.
2. طريقة العزوم هي أفضل طريقة لتقدير معالم توزيع ويبل عندما يكون حجم العينة صغير لأنها حققت أقل تباين لمتوسط مربعات الخطأ لكل معلمة على حده وأقل معيار للإنحراف الكلى.
3. عندما يكون حجم العينة متوسط وكبير نجد أن طريقة تقدير بيز هي أفضل طريقة لأنها حققت أقل قيمة لتباين متوسط مربعات الخطأ لكل معلمة على حده وأقل معيار للانحراف الكلى.
4. كلما زاد حجم العينة زادت جوده التقدير باستخدام طرق التقدير المختلفه وذلك من خلال تناقص قيم تباين متوسط مربعات الخطأ ومعيار الانحراف الكلي.
5. يفضل استخدام طريقه بيز عندما يكون حجم العينة كبيراً وطريقة العزوم عندما يكون حجم العينة صغيراً.

11. التوصيات والمقترحات:

1. استخدام معيار الانحراف الكلي وتباين متوسط مربعات الخطأ للمقارنه بين طرائق التقدير لتوزيعات احتماليه اخري.
2. اعتماد طريقه العزوم عندما تكون حجم العينه صغير حسب معيار الانحراف الكلي وطريقة بيز كلما زاد حجم العينه.
3. إجراء مزيداً من الدراسات في حالة البيانات المفقودة وتوزيع ويبل ذو الثلاث معالم.
4. إستخدام طرق اخري تقليديه مثل طريقه الوسيط وطريقه وايت المطورة بهدف المقارنة.

المراجع والمصادر :

أولاً: المراجع العربية

5. علي عبد الحسين الوكيل (2011) ، ملاحظات علي توزيع ويبل، مجلة العلوم الاقتصادية والادارية، بغداد، مجلد 17، العدد 61، الصفحات: 199-211 .

6. مطانيوس مخول ، دكتور عدنان غانم (2011) ، فعالية استخدام توزيع ويبل الاحتمالي في التنبؤ، مجلة جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية، دمشق، مجلد: 27، العدد الرابع.

7. ضويه سليمان حسين ، سميره خليل ابراهيم ، بيداء اسماعيل عبد الوهاب (2008)، إستخدام المقدر المقلص في تقدير معلمه الشكل لتوزيع ويبل، مجلة النهرين للعلوم، العراق، مجلد 11، العدد الثالث، الصفحات: 73-78.

8. سحر طارق محمود (2017) ، إستخدام المحاكاة لتقدير معلمه القياس لتوزيع كاما المستمر، مجلة العلوم الاقتصادية والادارية، بغداد، مجلد 23، العدد 97، الصفحات: 377-385.

9. سيف الدين هاشم قمر ، حسام نجم عبود (2016) ، استخدام المحاكاة للمقارنة بين تقدير معلمات داله توزيع ويبل حسب طريقة الامكان الاعظم وطريقة بيز، مجلة الدنانير، العراق، العدد التاسع ، الجامعة العراقية ، كلية الادارة والاقتصاد

10. ام السعد محمد(2005) ، طرق التقدير بالنقطة الامكان الاعظم والعزوم لتقدير معلمة الشكل لتوزيع لوماكس.

ثانياً: المراجع الأجنبية

1. Schervish, Mark J. (1995). *Theory of statistics*, 2nd print, New York, Springer ISBN .0387945466

2. Mittal, S., Durak, U., and Ören, T., Eds. (2017). Guide to Simulation-Based Disciplines: Advancing Our Computational Future. Springer.

3. Raqab, M. Z., Awad, A. M., and Azzam, M.M (2010), Principles of Statistic edition, Academic For Publishing & Distributing Co.

4. Raqab, M. Z., Awad, A. M., and Azzam, M.M (2010), Principles of Statistic edition, Academic For Publishing & Distributing Co.

AJSP
المجلة العربية للنشر العلمي
العدد الحادي عشر
تاريخ الإصدار: 2 – 9 – 2019
www.ajsp.net
ISSN: 2663-5798

"Comparing the Estimation Methods for Weibull Distribution Parameters using Monte-Carlo Simulation"

Fakhereldeen Elhaj Esmial Musa – **Mohammed Elamin Hassan**

Abstract:

This paper aimed to compare four estimation methods that are used to estimate the Weibull distribution parameters. These methods are Maximum Likelihood, Moments, OLS and Bayes. A simulation study was conducted to compare between four estimators and the variance of mean square error V(MSE) and standard of total deviation were selected as the basis of comparison. A simulation was done under different sample sizes (10, 50, and 100). The results revealed that the Bayes estimation method was the best and most efficient as it achieved the lowest V(MSE) and standard of total deviation when the sample size is large, whereas the moment's estimation method is the preferred method when the sample size is small. The study recommended that the V(MSE) and standard of total deviation can be used as the basic measures of comparison between the different estimation methods. Also to adopt the Bayes method for large samples size and Moments method for small sample size.

Keywords: Bayesian method, Monte Carlo methods, OLS, Weibull, Moments, Likelihood.